

1. Beregn  $\gcd(373, 7244)$  og  $\gcd(621, 7572)$ .
2. Find hele tal  $x$  og  $y$  så  $621x + 7572y = 3$ .
3. (a) Lad  $n \in \mathbb{N}$  og  $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{N}$  med  $0 \leq a_i < 10$ . Vis at  $3|a_0 + 10a_1 + 10^2a_2 + \dots + a_n10^n$  hvis og kun hvis  $3|a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$ . (Hint:  $3|n \iff n \equiv 0 \pmod{3}$  og  $10^n \equiv 1^n = 1 \pmod{3}$ ).
- (b) Går 3 op i 127? Går 3 op i 74.934? Går 3 op i 9.235.812?
4. Find resten af  $4^{2014}$  ved division med 23 (Hint: Benyt først at  $4^{\varphi(23)} \equiv 1 \pmod{23}$  og derefter gentagen kvadrering).
5. Lad  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  og  $d \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ . Antag  $\gcd(a, d) = 1$  og at  $ab \equiv ac \pmod{d}$ . Vis at  $a \equiv b \pmod{d}$ .
6. Find  $a$  så  $a^7 \equiv 3 \pmod{13}$ .
7. Find  $a$  så  $a^5 \equiv 7 \pmod{91}$  (Hint:  $91 = 7 \cdot 13$ ).
8. Benyt følgende tegntabel:

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>I</i>	<i>J</i>	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>O</i>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>R</i>	<i>S</i>	<i>T</i>	<i>U</i>	<i>V</i>	<i>W</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	<i>Æ</i>	<i>Ø</i>	<i>Å</i>	
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	

Antag  $N = 91$ ,  $\varphi(N) = 72$  og  $k = 29$ . Dekrypter følgende besked:

[75], [63], [13]

9. Vælg 2 forskellige primtal og konstruer et kryptosystem. Krypter og dekrypter en besked.